



Guia do professor: **Trigonometria com molas**

*Um professor sempre afeta a eternidade.
Ele nunca saberá onde sua influência termina.*

Henry Adams

Introdução

Caro professor,

Diante da atual realidade social em que vivemos, refletir sobre a nossa prática educacional é algo indispensável. O professor é um artífice do processo de ensino e aprendizagem – atuando como mediador entre o possível conhecimento trazido pelo aluno e o conhecimento que a escola pretende transmitir. O professor precisa assumir o papel de facilitador e líder do processo de ensino/aprendizagem propiciando aos alunos a constituição de um perfil investigativo, tendo em vista a resolução de problemas compatíveis com as demandas do mundo moderno.

Partindo desse entendimento - e considerando os vínculos entre a escola e o cotidiano do aluno - elaboramos este ambiente computacional com o intuito de disponibilizar ao aluno e ao professor mais uma fonte de informações que possa contribuir com um ensino escolar que procura valorizar a incorporação das tecnologias preparando os alunos para serem cidadãos críticos, que possam conviver, participar, integrar e compreender a sociedade com inúmeras transformações. Precisamos motivar nossos alunos a trabalharem com conteúdos matemáticos mediados pelo computador.

Acreditamos que a escola tem um papel fundamental na produção e distribuição dos produtos provenientes dos avanços científicos e tecnológicos. Porém, temos consciência que vários problemas dificultam ou inviabilizam a concretização deste papel da escola. Vale ressaltar que muitos professores de matemática não estão preparados para trabalhar com as novas tecnologias. Segundo FREITAS (2000),

apesar dos esforços em equipar as escolas com computadores e capacitar alguns professores para facilitar a utilização dos equipamentos, criando possibilidades de disseminar os conhecimentos adquiridos, a prática do uso da informática, no cotidiano da escola apresenta-se como algo difícil de ser alcançado. (pág.120)



Cientes disso preparamos esse material, o “Guia do professor”, com o intuito de oferecer apoio para o professor conduzir as atividades na sala de aula. Além disso, o guia tem o propósito de enriquecer a formação do professor com materiais de apoio, como exemplos de exercícios e bibliografias referentes ao assunto.

Os objetos de aprendizagem¹ podem ser ferramentas de grande potencial em projetos educativos dentro da concepção de modelagem e Educação Matemática. Porém, um objeto de aprendizagem por si só, não nos dá a garantia de construção do conhecimento. É necessário, para que ocorra avanço no conhecimento matemático, que o professor projete as atividades a serem desenvolvidas. O objeto também abre “leques” para o desenvolvimento de novas competências e novos olhares mediante à criação de situações de aprendizagem em que os processos de mera instruções cedem lugar às trocas de saberes, às construções coletivas e individuais, ao compartilhamento de idéias, às maneiras criativas de fazer matemática e também de interagir com os outros. Acreditamos que os objetos de aprendizagens possuem características positivas e catalisadoras de um processo ativo e dinâmico de ensino e aprendizagem que, além de explorar a matemática no cotidiano, traz a informática e o espaço virtual mais próximo do ambiente escolar.

Através do objeto de aprendizagem “Trigonometria com molas” pretendemos aprofundar os conceitos de funções trigonométricas, além de mostrar a aplicação das mesmas na prática através da utilização de simulação de situações que podem ocorrer no MHS (Movimento Harmônico Simples).

Objetivos

- Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas trigonométricos;
- Despertar o interesse do aluno e auxiliar na resolução de problemas envolvendo funções periódicas;
- Saber ler, interpretar e mostrar a construção de gráficos relacionados ao movimento periódico e identificar as alterações;

¹ Segundo WILEY (2005) os objetos de aprendizagem são como componentes ou unidades instrucionais, reutilizáveis e exclusivamente digitais, alinhadas aos objetivos educacionais propostos intencionalmente, com o intuito de estimular, apoiar ou otimizar o processo de ensino-aprendizagem de aulas, presenciais, à distância ou híbridas, em ambientes informatizados. Informações disponíveis no site <http://rived.proinfo.mec.gov.br>



- Buscar, selecionar, interpretar e associar o movimento de vai e vem da mola com a senóide;
- Desenvolver a capacidade de resolver problemas por meio de alguns modelos;
- Apresentar uma das aplicações das funções trigonométricas, o MHS (Movimento Harmônico Simples), focalizando que os conhecimentos matemáticos podem e muito nos auxiliar na resolução e compreensão dessas aplicações;
- Construir conceitos de amplitude (máximos e mínimos de uma função), período e frequência;

Pré-Requisitos

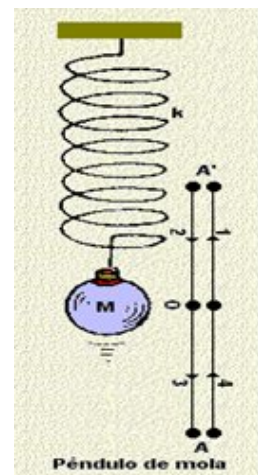
Para o desenvolvimento desta atividade é necessário que o aluno tenha formado, conceitos referentes as senóides (função seno e cosseno), círculo trigonométrico e suas respectivas propriedades.

Tempo previsto para a atividade

Sugerimos que o professor trabalhe junto com os alunos cerca de 50 minutos em cada atividade (um aula) para que o aluno possa interagir com o objeto de aprendizagem e para que o professor possa fazer as intervenções necessárias. Aconselhamos também que antes de ir para o laboratório de informática o professor socialize na sala de aula algumas aplicações matemáticas das funções trigonométricas, especificamente a que diz respeito ao objeto (MHS – Movimento Harmônico Simples).

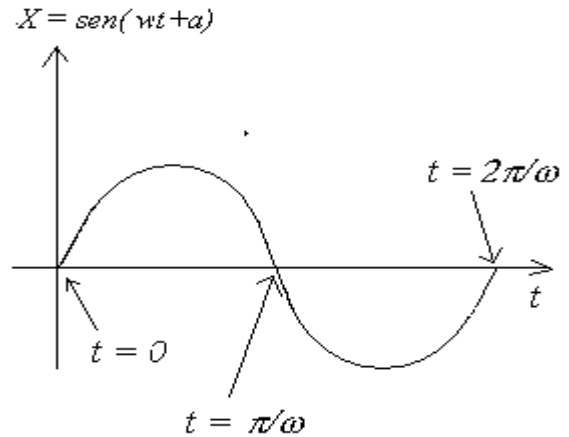
Na sala de aula

Sugerimos que você professor leve para a sala de aula um pêndulo de mola (como a figura ao lado). Se for possível, então fixe um peso na extremidade da mola, de maneira que o peso possa se deslocar para cima e para baixo, sem atrito. Assim, puxe o peso para baixo a uma certa distância e depois libere. Logo os alunos vão perceber que o peso vibrará entre dois pontos em um movimento periódico. Se de imediato os alunos não identificarem que esse movimento é periódico então se faz necessário que o professor





intervenha para que os alunos possam fazer essa associação. Nesta simulação eles irão perceber que o peso suspenso moverá ao longo de um segmento, cujo ponto médio é a origem das coordenadas. Tomando como início da contagem do tempo um instante em que o peso passa pela origem, sua posição é representada, em função do tempo por uma senóide² (veja figura ao lado). Essa oscilação realiza um movimento de vaivém em torno da posição de equilíbrio e é caracterizada por um período e por uma frequência. Logo aconselhamos que o professor explique que o período é o tempo que o objeto gasta para realizar uma oscilação completa (ou seja, um movimento completo de ida e volta) e a frequência é o número de oscilações na unidade de tempo. A equação do espaço no MHS é comumente apresentada como $x = A \cdot \cos(\omega t + \alpha)$ ou $x = A \cdot \sin(\omega t + \alpha)$, na qual:



a) o **período (T)** é a extensão do intervalo de tempo que separa a passagem do ponto duas vezes pela mesma posição, com o mesmo sentido de movimento, consecutivamente. Matematicamente é o menor dos A que satisfaz a função periódica $s = A \cdot \cos(\omega t + \alpha)$. De modo elementar, é o intervalo de tempo necessário para o ponto realizar uma oscilação completa.

b) a **frequência (f)** é, numericamente igual, ao número de períodos que perfazem a unidade de tempo; matematicamente: $f = 1/T \text{ s}^{-1} = 1/T \text{ Hz}$ (hertz). De modo elementar, é o número de oscilações completas que o ponto realiza na unidade de tempo.

c) a **elongação (x)** é o espaço do ponto no sistema de coordenadas abscissas definido sobre a sua trajetória. Matematicamente é o valor da função $x = x(t)$ no instante t.

d) a **amplitude (A)** é, em valor absoluto, a elongação máxima do ponto P que realiza o MHS; é também a medida do segmento de reta OA ou OA', com O sendo o ponto médio

² As senóides também são funções do tipo $y = a + b \cdot \sin(cx + d)$ ou $y = a + b \cdot \cos(cx + d)$. O domínio de qualquer senóide é sempre $D=R$. O que varia é a imagem e o período. Uma das aplicações das funções trigonométricas é o estudo dos movimentos harmônicos simples (MHS) em Física. O MHS é caracterizado pelo movimento de um corpo com oscilação em torno de um ponto de equilíbrio. Os MHS são fenômenos periódicos no tempo. As constantes **a**, **b**, **c**, e **d** são substituídas por constantes que representam aspectos importantes do MHS. A constante **a** é nula, pois considera-se que o sistema de coordenadas tem origem na posição de equilíbrio, **b** é a amplitude **A** do movimento a partir do centro de oscilação; **c** é a frequência angular ω ; **d** é a fase inicial ϕ_0 ; e o argumento seno (ou cosseno), ou seja, $\omega t + \alpha$ é chamado fase do movimento no tempo **t**. Desta forma, a equação do espaço no MHS é comumente apresentada como $x = A \cdot \cos(\omega t + \alpha)$ ou $x = A \cdot \sin(\omega t + \alpha)$.



do segmento AA'. É, ainda, a distância da 'posição de equilíbrio' O a qualquer um dos pontos de inversão do movimento.

e) a **pulsção** (ω) é a grandeza física que indica o período ou a frequência mediante as relações: $\omega = 2\pi/T$ ou $\omega = 2\pi f$. Em virtude disso, também é reconhecida como 'frequência angular'. Note que a relação entre ω e T é uma consequência matemática da função que define o MHS. Nesses termos, a lei de movimento do MHS pode ser posta como: $x = A \cdot \cos[(2\pi/T) \cdot t + \alpha]$ ou $x = A \cdot \cos(2\pi f \cdot t + \alpha)$

f) a **fase** (α) - ($\alpha = \omega \cdot t + \alpha_0$) é o argumento do cosseno na lei horária. Localiza, angularmente, o ponto P, no instante t.

g) a **fase inicial** (α_0) indica, angularmente, a posição inicial do ponto pois, para $t = 0$, tem-se $x_0 = A \cdot \cos \alpha_0$. Note que, α_0 fica subordinado apenas à escolha da origem dos tempos.

Enfim, situar o aluno diante do assunto proposto é muito importante, pois mostra que a matemática não surgiu ao acaso e que começou a ser desenvolvida conforme a necessidade do homem. Além do mais é uma ciência viva que está em construção.

Para melhores informações sugerimos os sites:

RIVED. Rede Interativa virtual de educação, 2005. disponível na Internet em <http://rived.proinfo.mec.gov.br> Acesso em: 20 mar. 2007.

<http://br.geocities.com/saladefisica3/laboratorio/oscilador/oscilador.htm>

<http://www.fcfrp.usp.br/dfq/Fisica/Guia%20Massa%20Mola/Massa-Mola.pdf>

http://www.walter-fendt.de/m11e/sincostan_e.htm

http://www.walter-fendt.de/m11e/sincostan_e.htm

E os livros:

BIANCHINI, Edwaldo Bianchini, Herval Paccola. **Matemática Coleção 2ª série do Ensino Médio** 1ª edição, Editora moderna, São Paulo, 2004.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**, volume único: livro do aluno / Luiz Roberto Dante; Ilustradores Fernando Nunes de Araújo, Fernando José Ferreira. – São Paulo.

FRENCH, Anthony Philip. **Vibrações e ondas** / A.P. French; tradução de Odimar Deusdará Rodrigues, Reva Garg e Vijayendra K. Garg. – Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2001.

LIMA, Elon Lages, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado. **A Matemática do Ensino Médio** Volume 2 Terceira Edição, Publicação SBM, 2000.



ZILL, Dennis G. **Equações Diferenciais**, Volume 1 / Dennis G. Zill, Michael R. Cullen; tradução Antonio Pertence Jr. São Paulo, Makron Books, 2001.

Na sala de computadores

Aproveitar o ambiente computacional é nosso intuito. Para isso, é necessário haver uma preparação com antecedência para que o nosso objetivo na sala de informática seja alcançado. A atuação do professor na sala de aula, uma aula antes de ir para o laboratório, vai fazer grande diferença no desempenho dos alunos durante a interação do objeto. A seguir algumas dicas e sugestões de como orientar satisfatoriamente o objeto de aprendizagem no laboratório de informática.

Preparação

A tecnologia vem acompanhada de contratempos, logo para evitar alguns problemas passíveis de acontecer, aconselhamos que o professor instale o objeto em todas as máquinas seguindo as orientações que se encontram no site do RIVED³. Para as escolas que possuem o sistema operacional LINUX, também estão disponíveis no site as instruções necessárias para o download do objeto. Em cada máquina sugerimos que fiquem duplas ou no máximo trios, para que assim os alunos discutam entre si e aproveitem bem cada momento que o ambiente computacional oferece.

Material necessário

Caderno para anotações, lápis e borracha poderão ser levados pelos alunos. Sugerimos também que os alunos levem para o laboratório de informática as anotações que foram feitas na sala de aula sobre o assunto. Essas anotações facilitarão o desenvolvimento das atividades que se encontram neste ambiente computacional.

Requerimentos técnicos

Para a realização da atividade serão necessários plugins para Flash MX, de qualquer versão superior ou igual ao Flash 5.0. Também para evitar problemas sugerimos que os computadores tenham ativado o Java Web Start e seus plugins. Os softwares Java e plugins do Flash podem ser obtidos gratuitamente nos sites dos fabricantes, que são: www.macromedia.com.br e www.sun.com.br.

³ RIVED. Rede Interativa virtual de educação, 2005. disponível na Internet em <<http://rived.proinfo.mec.gov.br>> Acesso em: 20 mar. 2007.



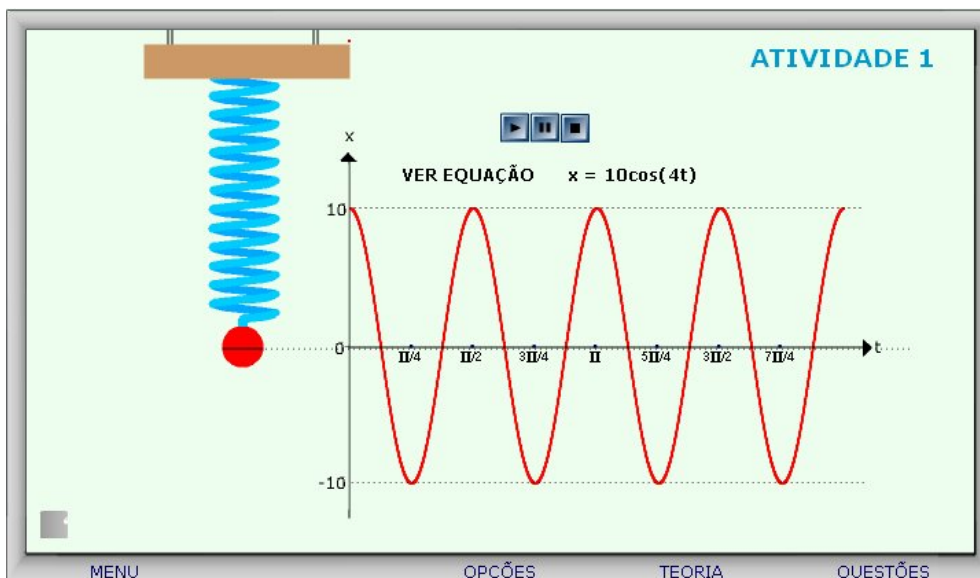
Durante a atividade

O papel do professor durante a atividade é fundamental para os objetivos serem alcançados. O controle da sala e todas as informações que os alunos necessitam acerca de como devem proceder para interagir com objeto dependem do professor.

O Objeto possui duas atividades. Todas as atividades serão exploradas em dois momentos.

Atividade 1

Primeiro momento: O aluno poderá visualizar, na tela da atividade 1, o gráfico da função $x(t) = 10\cos(4t)$ ao clicar no **botão Play**. Nesta tela também aparecerá os botões **Pause** (ao clicar neste botão o movimento pára e o gráfico também), **Reiniciar** (ao clicar neste botão reinicia-se o movimento e o gráfico), **Menu** (irá direcionar o aluno para a tela de atividades) **Voltar** (irá direcionar o aluno para a última tela visitada), **Botão Opções** (irá direcionar o aluno para uma tela com opções), **Botão Teoria** (irá direcionar o aluno para a tela de teoria) **Botão Questões** (irá direcionar o aluno para a tela das questões sobre a Atividade 1).





Segundo momento: Ao clicar no botão **Questões** aparecerá na tela botão **Roteiro**. Ao clicar neste botão o aluno vai se deparar com algumas questões que estão relacionadas com o primeiro momento da atividade 1. Então o aluno responderá as questões e logo após fará um relatório. Segue abaixo as questões do botão **Roteiro**:

a) Qual é o período da função, ou seja, em qual instante o gráfico da função começa a se repetir? Explique o que isto significa.

(Dado: $\omega = 4$ e $T = \frac{2\pi}{\omega}$)

Sugestão: Para encontrar o período basta substituir os valores na fórmula fornecida acima. Fazendo os cálculos encontramos que o período da função que descreve o movimento é $\frac{\pi}{2}$, isto significa que o gráfico da função se repete a cada $\frac{\pi}{2}$ unidades. O período também é o intervalo de tempo entre dois máximos sucessivos da função.

b) Segundo o gráfico, quantas vezes o movimento se repete?

Sugestão: Segundo o gráfico o movimento se repete quatro vezes.

c) Qual é a frequência do movimento? Explique o que isto significa.

(Dado: $f = 1/T$)

Sugestão: Para encontrar a frequência basta usar a fórmula dada acima. Encontramos que a frequência do movimento é $\frac{2}{\pi}$, e isto significa que há dois ciclos de gráfico em cada π unidades, ou de maneira equivalente, a massa está sujeita a $\frac{2}{\pi}$ vibrações completas por unidades de tempo.

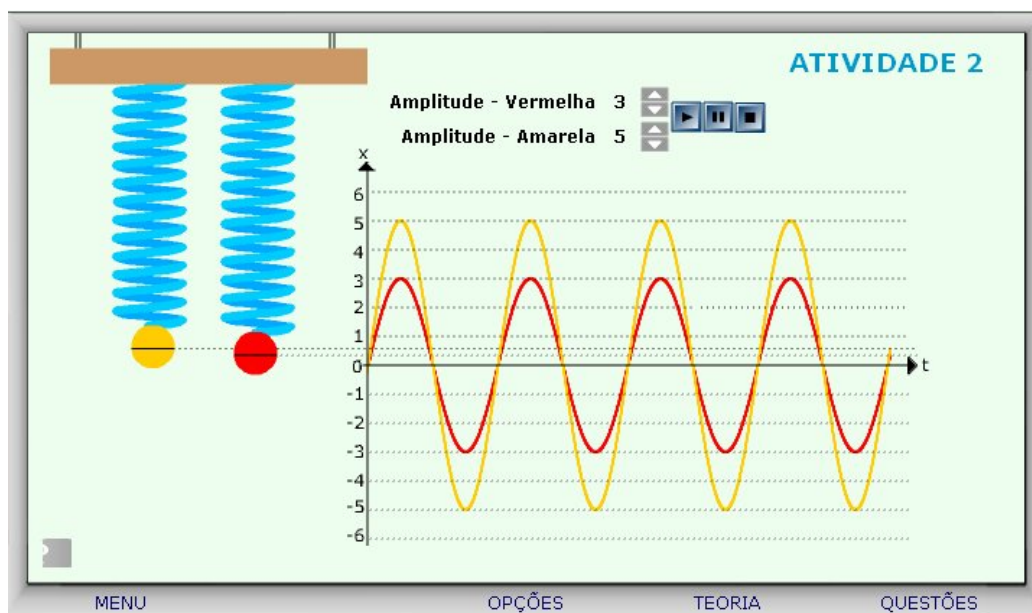
d) Qual é a amplitude do movimento, ou seja, qual é o deslocamento máximo e mínimo que a mola faz em relação à origem?

A amplitude do movimento é 10, ou seja, 10 é o deslocamento máximo em relação à origem.

Atividade 2:



Primeiro momento: O aluno poderá visualizar, na tela da atividade 2, dois gráficos da função seno com amplitudes diferentes ao clicar no botão **Play** (função esta que descreve o movimento de vai e vem que as duas molas realizam em torno da origem). Nesta tela aparecerá os botões **Pause** (ao clicar neste botão o movimento pára e o gráfico também), **Reiniciar** (ao clicar neste botão reinicia-se o movimento e o gráfico), **Menu** (irá direcionar o aluno para a tela de Atividades), **Voltar** (irá direcionar o aluno para a última tela visitada), **Opções** (irá direcionar o aluno para uma tela com opções), **Teoria** (irá direcionar o aluno para a tela de teoria), **Questões** (irá direcionar o aluno para a tela das questões sobre a Atividade 2).



Segundo momento: Ao clicar no botão **Questões** aparecerá na tela botão **Roteiro**. Ao clicar neste botão o aluno vai se deparar com algumas questões que estão relacionadas com o primeiro momento da atividade 2. Então o aluno responderá as questões e logo após fará um relatório. Segue abaixo as questões do botão **Roteiro**:

a) **Qual é a amplitude da mola Amarela? E da Vermelha?**

A resposta aqui vai depender da escolha do aluno.

b) **As duas molas alcançam os extremos no mesmo instante? Discuta com seus colegas.**



Sugestão: Quando alteramos a *amplitude* de oscilação, o movimento se consuma para deslocamentos máximos diferentes, mas com mesma frequência e mesma constante de fase. Desse modo os dois movimentos alcançam os extremos no mesmo instante.

Depois da atividade

Sugerimos que o após a atividade o professor proponha que seus alunos pesquisem em livros, revistas e principalmente no mundo real várias situações que podem aplicar as funções trigonométricas para resolver alguns problemas.

Apresente aos seus alunos algumas curiosidades sobre funções trigonométricas e discuta o relatório feito por eles na aula do laboratório. Atenção professor!!! Esta aula depois da atividade em laboratório é importantíssima, pois é o momento de todos socializarem seus saberes e é o momento também de verificar se o feedback foi positivo ou não.

Avaliação

Sugerimos que o professor faça uma socialização das atividades que os alunos pesquisaram dando a oportunidade de todos aprenderem um pouco mais e até mesmo para verificar se os objetivos foram alcançados. Mas é bom salientar que em todo o momento (antes, durante e após a aula no laboratório de informática) o professor estará realizando uma avaliação contínua, que acreditamos ser essencial nesse tipo de atividade.

Para saber mais

<http://www.ufsm.br/gef/Mhs.htm>

<http://www.fisica.ufpb.br/~mkyotoku/texto/texto3.htm>

<http://www.fisica.ufpb.br/~mkyotoku/index.htm>

Bibliografia:

- ASSIS, L.S. **Concepções de professores de matemática quanto a utilização de objetos de aprendizagem: um estudo de caso do projeto Rived- Brasil.** 2005. Tese de Mestrado em Educação Matemática- PUC/ São Paulo.



- FREITAS, M.T.M . **Estágio Curricular em Matemática na perspectiva de Extensão Universitária: estudo de uma experiência na UFU.** 2000. Dissertação (Mestrado em Educação) – FE, UFU, Uberlândia – MG.
- RODRIGUES, A. **Produção Coletiva de Objeto de Aprendizagem: o Diálogo na Universidade e na escola,** 2006. Tese de mestrado em Educação – UFU/ Minas Gerais.
- RIVED. Rede Interativa virtual de educação, 2005. Disponível na Internet em <<http://rived.proinfo.mec.gov.br>> Acesso em: 31 maio. 2007.